4 【選択問題】計算理論

配点：(1) 15, (2) 15, (3) 30, (4) 35, (5) 30

文脈自由文法 (context-free grammar) は一般に $G = (V, T, P, S)$ で定められる．ここで V は変数 (variable; 非終端記号 nonterminal symbol) の集合，T は終端記号 (terminal symbol) の集合，P は生成規則 (production rule) の集合，S は出発記号 (start symbol) であり，$S \in V$ である．文脈自由文法 G_1 および G_2 を，それぞれ以下のように定める．

$$G_1 = (\{S,\ A\},\ \{+,\ *,\ (,\ ),\ a\},\ P_1,\ S),$$
$$P_1 = \{S \to A,\ S \to S + S,\ A \to (S),\ A \to a,\ A \to A * A\}$$

$$G_2 = (\{S,\ A\},\ \{+,\ *,\ (,\ ),\ a\},\ P_2,\ S),$$
$$P_2 = \{S \to a,\ S \to S + S,\ S \to A * A,\ A \to (S + S),\ A \to a,\ A \to A * A\}$$

G_1 と G_2 は，変数の集合，終端記号の集合，出発記号が共通であり，生成規則のみが異なる文脈自由文法である．G_1 および G_2 に関する以下の各問に答えよ．

(1) G_1 によって生成される長さが 5 の文字列を全て示せ．

(2) G_2 によって生成される長さが 5 の文字列を全て示せ．

(3) G_1 によって生成される言語 (文字列の集合) を W_1，G_2 によって生成される言語を W_2 とする．差集合 (difference set) $W_1 - W_2$ に含まれる文字列を，終端記号 'a' が数，終端記号 '$+$' が加算演算子，'$*$' が乗算演算子，'(' および ')' を括弧とする数式として解釈した時，差集合 $W_1 - W_2$ に含まれる文字列に存在する終端記号 '(' および ')' が数式の値に与える影響について記述せよ．

(4) G_1 はあいまい (ambiguous) である．例えば，$a + a + a$ の導出木 (derivation tree) は二つ存在する．G_1 によって生成される言語を生成し，あいまいでない文脈自由文法 G_3 を考える．

$$G_3 = (\{S,\ A\},\ \{+,\ *,\ (,\ ),\ a\},\ P_3,\ S),$$
$$P_3 = \{\boxed{\qquad\qquad\qquad\text{(あ)}\qquad\qquad\qquad}\}$$

空欄 (あ) に入れるべき生成規則を答えよ．生成規則の数は 6 以下とする．また，どのような方針でその生成規則を考案したのかについても記述せよ．

(5) G_1 によって生成される言語を認識する決定性有限オートマトン (deterministic finite automaton) は存在しない．G_1 を一部変更した以下の文脈自由文法 G_{1a} および G_{1b} によって生成される言語を認識する決定性有限オートマトンが存在するかどうかを，それぞれの文法について答えよ．存在しない場合には (正則言語でない場合には) そう考えた根拠を簡潔に記述せよ．存在する場合にはその決定性有限オートマトンの状態遷移図 (state transition diagram) を書くこと．状態遷移図の状態の総数は 4 以下とする．開始状態 (start state) には太い矢印 (thick arrow) を付与し，最終状態 (final state) は二重丸 (double circle) で表現すること．また，全ての状態において，全ての入力記号 (input symbol) に対する遷移を表記すること．

$$G_{1a} = (\{S,\ A\},\ \{(,\ ),\ a\},\ P_{1a},\ S),$$
$$P_{1a} = \{S \to A,\ A \to (S),\ A \to a\}$$

$$G_{1b} = (\{S,\ A\},\ \{+,\ *,\ a\},\ P_{1b},\ S),$$
$$P_{1b} = \{S \to A,\ S \to S + S,\ A \to a,\ A \to A * A\}$$

wx:LifeGoesOn_Rio

(1) $((a))$

$(a) * a$

$(a) + a$

$a * (a)$

$a + (a)$

$a + a + a$

$a + a * a$

$a * a + a$

$a * a * a$

(2) $a + a + a$

$a + a * a$

$a * a + a$

$a * a * a$

(3) No influence because the '(' and ')' in W_1 are not necessary.

(4) $S \to (S)$

$S \to S + A$

$S \to S * A$

$A \to a$

偷偷wx:LifeGoesOn_Rio

(5)

$$G_{1a} = (\{S,\ A\},\ \{(,\ ),\ a\},\ P_{1a},\ S),$$
$$P_{1a} = \{S \to A,\ A \to (S),\ A \to a\}$$

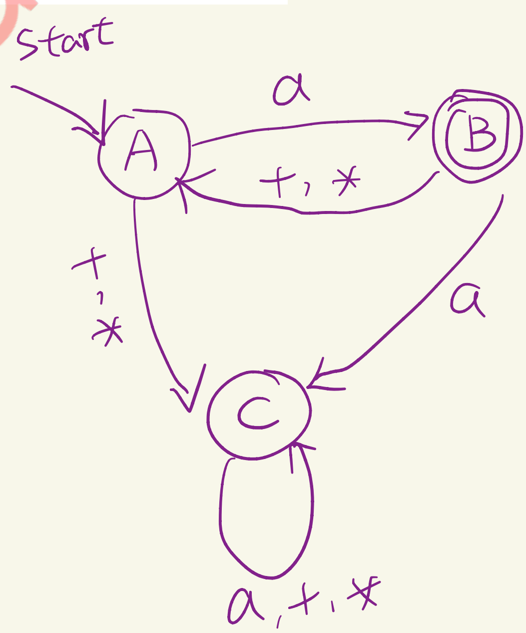
$W_{1a} = (^n a)^n$, suppose Z_{1a} is regular language. there exists N that satisfy $W_{1a} = xyz$.

$$\begin{cases} xy^iz \in W_{1a} \ (i \in N) \\ |xy| \le N \\ |y| > 0 \end{cases} \Rightarrow \quad xz \notin W_{1a}$$

thus there is no DFA that can recognize W_{1a}

$$G_{1b} = (\{S,\ A\},\ \{+,\ *,\ a\},\ P_{1b},\ S),$$
$$P_{1b} = \{S \to A,\ S \to S + S,\ A \to a,\ A \to A * A\}$$

		a	+	*
→	A	B	C	C
*	B	C	a	a
	C	C	C	C



偷偷wx:LifeGoesOn_Rio